Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

06/02/2018

MATRICOLA....................... **NOME E COGNOME.................................**

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [ ] 12/02 [ ] 13/02 [ ] 14/02, [ ] 15/02

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) *(6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di* $\alpha \in \mathbb{R}$*:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2n! + n^2 + 3(n+2)^n}{2^n + n^n} \cdot \frac{2^n}{(1+|\alpha|)^n}.$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin x} - \cos(x+x^2) - \log(1+x) - 3\sin\left(\frac{x^2}{2}\right)}{(x-\tan x)\left(\cos(x+1) + \log(e+x)\right)}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_{e^2}^{e^3} \frac{\log(1+\log x)}{3x(\log x - 1)^2} dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = \log\left(\frac{|x|+1}{|x+1|}\right).$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di* f *ed eventuali intersezione con gli assi*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali massimo e minimo assoluti*
- *Eventuali punti di non derivabilità.*

(5) *(2 punti) Sia* $f(x) = \frac{\exp\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)+x\right)}{e^3}$ *e sia* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *tale che* $g'(1) = 2$. *Posta* $h(x) := g(f(x))$, *calcolare* $h'(2)$.

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^5) \quad \text{per } x \to 0.$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

06/02/2018

MATRICOLA....................... **NOME E COGNOME.................................**

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [ ] 12/02 [ ] 13/02 [ ] 14/02 [ ] 15/02

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) (*6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di* $\beta \in \mathbb{R}$*:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4n^3 + 2(n+3)^n + n!}{(n+2)^n + 3^n} \cdot \frac{(2+|\beta|)^n}{3^n}.$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2}\cos(x^2+2x) + \tan\left(\frac{x^2}{2}\right) - 2\sin\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{3}{2} + e^{\tan x}}{\left(e^{2x+1} + \log(2+x)\right)(\sin x - x)}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_e^{e^2} \frac{\log(2+\log(x^2))}{x(4-\log x)^2} dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = \log\left(\frac{|x|+1}{|x+1|}\right).$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di f ed eventuali intersezione con gli assi*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali massimo e minimo assoluti*
- *Eventuali punti di non derivabilità.*

(5) *(2 punti) Sia $f(x) = \log(e\cos(x)) + 2x$ e sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $g'(1) = e$. Posto $h(x) := g(f(x))$, calcolare $h'(0)$.*

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^5) \quad \text{per } x \to 0.$$